

---

**А.С. АХРЕМЕНКО, А.П. МИХАЙЛОВ, А.П.Ч. ПЕТРОВ**  
**ФОРМАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ**  
**В ИНСТИТУЦИОНАЛЬНОЙ ПОЛИТОЛОГИИ:**  
**ЕСТЬ ЛИ ЖИЗНЬ ЗА ПРЕДЕЛАМИ ТЕОРИИ ИГР?<sup>1</sup>**

**Введение**

Если бы требовалось одним словосочетанием описать современную ситуацию с методологическими подходами в формальной политической теории – теории, анализирующей политику с помощью математических моделей, – ответ был бы «теория игр»<sup>2</sup>. Наиболее явно господство теоретико-игрового моделирования проявляется практически во всех исследовательских направлениях, основанных на теории рационального выбора и неоинституциональной теории, а также их совместном «потомстве» – институционализме рационального выбора (rational choice institutionalism). Названные парадигмы в совокупности охватывают львиную долю всей политической науки, особенно в ее североамериканской версии. Некоторые важнейшие политологические субдисциплины, например политическая экономия, находятся под тотальным «теоретико-игровым контролем». Представленность в политологии альтерна-

---

<sup>1</sup> Данное научное исследование выполнено при поддержке РФФИ, проект 14-06-00226.

<sup>2</sup> Здесь мы говорим исключительно о сфере политической теории, но не об эмпирических исследованиях. В последнем случае главенствующее положение с точки зрения используемой математики занимают приложения статистики (теории вероятностей и теории случайных процессов).

тивных<sup>1</sup> школ математического моделирования можно охарактеризовать словом «локальное», причем как в географическом, так и в «публикационном» смыслах. Так, системная динамика (system dynamics) развивается, по большому счету, в Массачусетском технологическом институте (MIT) и привязана к одному крупному журналу – *System Dynamics Review*. Центры агентно-ориентированного моделирования (agent-based modeling) распределены по миру несколько более дисперсно, но вновь почти все публикации сосредоточены в одном издании – *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*. Примечательно, что ни один из названных журналов не является специфически политологическим. В ведущих же изданиях, делающих акцент на формальной политической теории (например, *Journal of Theoretical Politics*), модели, основанные на иной технике, помимо теоретико-игровой, появляются крайне редко.

В данной работе мы постараемся показать, что, несмотря на ряд бесспорных достижений и наличие сильных интеллектуальных инструментов, теория игр не может эффективно решать некоторые основополагающие задачи современной политической науки. Более того, мы подозреваем, что никакая «теория всего» в политологии не может быть построена на данном подходе. Однако вначале опишем кратко причины феноменальной популярности теории игр.

Прежде всего, отметим созвучие теоретико-игрового дизайна базовым установкам теории рационального выбора, со времен Э. Даунса [Downs, 1957] и, по большому счету, до настоящего времени игравших и играющих центральную роль в формально-теоретических исследованиях. Решающую роль среди таких установок играет заимствованный из неоклассической экономики принцип методологического индивидуализма [Arrow, 1994; Stigler, Becker, 1977]. Предполагается, что сложность и многообразие политических систем и процессов могут быть сведены к действиям отдельных акторов аналогично тому, как процессы ценообразования на свободном рынке могут быть представлены как результаты

---

<sup>1</sup> Имеются в виду именно альтернативные, а не просто другие школы. Так, пространственное моделирование и подходы, основанные на исследовании операций, во многих своих фундаментальных основаниях близки теории игр. Например, известную задачу о выборе двумя партиями идеологической позиции по медианному избирателю можно рассматривать и как пространственную, и как теоретико-игровую.

действий отдельных продавцов и покупателей, преследующих свои интересы. Строго говоря, актер в такого рода подходе не обязательно является собственно индивидом (отдельным человеком), а может быть организацией или группой, но действовать такая группа или организация будет как «эгоистический индивид» – выбирая из имеющихся альтернатив по принципу максимизации ожидаемой полезности<sup>1</sup> в рамках заданных ограничений. Именно такой *modus operandi* мы наблюдаем в теории игр: каждый игрок имеет набор стратегий (альтернатив), выбор из которых осуществляется в соответствии с максимальной ожидаемой выгодой. При этом в русле современных тенденций развития теории рационального выбора [Kroneberg, Kalter, 2012] теория игр предусматривает ограничения рациональности.

С методологическим индивидуализмом теснейшим образом (и содержательно, и генетически – происхождением из неоклассической микроэкономики) связана популярная в современной теоретической политологии и политической экономии идея «микрооснований» (*microfoundations*, MIFs) [Schmitter, 2010.]. Она играет, например, важнейшую роль в методологии моделирования Д. Асемоглу и Дж. Робинсона в их наиболее известной работе «Экономические основания диктатуры и демократии» [Acemoglu, Robinson, 2009]. В догматической версии (весьма распространенной, см.: [King, 2008]) MIFs предполагает, что любые общие, глобальные (макроскопические) закономерности в поведении политических систем и процессов имеют право на существование постольку, поскольку они могут быть редуцированы до уровня индивидов, микроуровня. Методология теории игр наилучшим образом соответствует этой установке.

Очень важно при этом, что в теории игр индивиды не просто выстраивают линии поведения в соответствии со своими предпочтениями – они *взаимодействуют*. Выбор стратегии игроком осуществляется с учетом возможных ответных действий контрагента (*strategic interaction*) [Austen-Smith, 2008]. Игрок выбирает лучший (с точки зрения максимизации полезности) ответ на лучшие (с той же точки зрения) ответы других игроков – *the best response to the best responses*. Это определяющая идея для ключевого понятия

---

<sup>1</sup> В эволюционных играх – выживание потомства (см.: [Easley and Kleinberg 2010; Weingast and Wittman 2011]).

теории игр – равновесия Нэша [Gibbons, 2002; Leyton-Brown, Shoham, 2008]. Объективно это сильнейшая сторона теоретико-игровой методологии; с другой стороны, именно она накладывает наиболее серьезные ограничения на сферу применения теории игр.

Созвучность теории игр рациональной парадигме проявляется и в более специфически формальном смысле. «Сверхзадача» ТРВ состоит в построении политической теории по математическому, дедуктивному образцу, двигаясь от базовых аксиом к более общим теоремам. При таком подходе исключительно важно, чтобы исследование моделей приводило к общим аналитическим решениям (analytical tractability). Среди всех математических подходов в современной политологии теория игр – за счет очень сильных упрощений – является безусловным лидером по части доказательств. Только в статье, построенной на теоретико-игровом фундаменте, можно встретить доказательства сразу нескольких теорем или, по крайней мере, предположений (propositions). В этом конкурентное преимущество этой методологии особенно по сравнению с агентно-ориентированным моделированием, дизайн которого в еще большей мере «заточен» под идею MIFs [Epstein, 2007, de Marchi, Page, 2014].

Действительно, многие особенности «мейнстрима» современного политологического мышления либо отражены в теоретико-игровой методологии, либо родственны ей или, возможно, даже порождены ею. Полное согласие с гегемонией теории игр в формальной политической теории, работающей с институтами, будет выражаться в положительных ответах на следующие вопросы.

- Действительно ли политическая власть является феноменом микроуровня? Другими словами, можно ли пренебречь наличием сложной социальной и политической структуры? Можно ли определить форму здания по форме кирпичей?

- Могут ли все закономерности развития политических систем быть редуцированы к стратегическому взаимодействию ограниченного множества (как правило, двух) индивидов?

- Можно ли создать подлинную теорию эндогенных институтов (проанализировать не только влияние институтов на поведение, но и возникновение самих институтов внутри модели), воздействуя только на выгоды и издержки акторов?

• На самом ли деле изменение институтов (прежде всего формальных) предопределяет изменения в поведении, а не создает лишь новые рамочные условия для разнообразных поведенческих стратегий?

• Можно ли совместить понимание политики как процесса перераспределения ресурсов (в рамках институтов) с формальным подходом, не способным – по своему математическому «устройству» – моделировать процессы такого перераспределения в динамике?<sup>1</sup>

Наш ответ на все эти вопросы – «нет». Аргументация в пользу каждого из них потребовала бы изложения, превышающего рамки данной статьи. Поэтому мы проступим иначе. Мы остановимся на гипотезе относительно качества институтов, которая в принципе не могла бы появиться в рамках теоретико-игрового мышления. Анализ этой гипотезы мы проведем посредством модельного инструментария, принципиально отличающегося от теоретико-игрового как по своим математическим особенностям, так и по содержательным предпосылкам.

## **2. Теоретико-игровой и динамический подходы к оценке качества институтов: Рациональность и робастность**

С точки зрения соответствия теоретико-игрового подхода принципам неоинституциональной теории (особенно рационального институционализма) отметим два основных момента. В общем смысле институты как «правила игры» [North, 1990] получают в теории игр вполне конкретное формальное выражение – через множества доступных игрокам стратегий, определение последовательности их действий и вид платежной матрицы (матрицы, сопоставляющей стратегиям игроков численные выигрыши). В теории

---

<sup>1</sup> В теории игр есть динамическое направление – динамическая политическая экономия (dynamic political economy). Здесь до некоторой степени преодолеваются проблемы стандартного подхода, прежде всего в части перехода к динамическому описанию поведения системы. Однако это преодоление носит частичный характер. Оно сводится к выделению единственного зависящего от времени параметра (dynamic linkage, см., напр.: [Battaglini et al., 2012; Acemoglu et al., 2011]), что не позволяет отобразить полноценную динамику системы и снабдить модель нужными обратными связями.

игр может быть буквально реализован ключевой тезис «изменение институтов приводит к изменению поведения акторов через изменение их выгод и издержек» (ссылка). Меняя матрицу платежей, мы можем менять оптимальные стратегии игроков и, соответственно, равновесную ситуацию.

В теории игр есть свой подход к оценке качества институтов, – проблема, имеющая особое значение в контексте данной работы. основополагающая идея этого подхода состоит в сопоставлении равновесия Нэша – реально сложившегося равновесия с Парето-оптимальным (нормативным, желательным) равновесием, в котором достигается максимально возможный уровень общего блага в данных условиях. Простейший пример – знаменитая игра «дилемма узника» (сноска), где игроки выбирают между кооперативным и некооперативным поведением. Реализуемое при рациональном (максимизирующем ожидаемую полезность) поведении игроков равновесие Нэша соответствует ситуации взаимного отказа от сотрудничества, а Парето-оптимальным является равновесие, соответствующее кооперативному поведению обоих игроков. Такое несоответствие является признаком «плохих» институтов. Меняя правила, воздействуя на матрицу платежей, мы можем добиться (в теории, по крайней мере) изменения поведения и совмещения равновесия Нэша и Парето-оптимального равновесия. Последнее и будет признаком «хороших» институтов.

Характерный пример применения такой логики в реальном политологическом исследовании дает теория селектората, разработанная Буэно де Мескита с коллегами [Bueno de Mesquita et al., 2003]. Она изучает влияние институтов избрания лидера (selection institutions) на формирование стимулов к проведению избранным лидером той или иной политики (именно определения величины налоговой ставки и распределения бюджета между инвестициями в публичные блага и трансфертами в пользу своих сторонников). Ключевыми понятиями этой теории являются *селекторат*, т.е. множество акторов, которые могут влиять на избрание лидера, и *выигрывающая коалиция*, т.е. часть селектората, усилиями которой он избран. Размер селектората  $S$  и минимальная численность выигрывающей коалиции  $W$  выступают в качестве институциональных параметров. В целом для демократии характерны большие значения  $S$  и  $W$  (приближенные, соответственно, к численности

взрослого населения и к половине населения плюс один голос), для монархии или хунты – малые, вплоть до нескольких человек. Вопрос о качестве институтов ставится здесь следующим образом: какие значения  $S$  и  $W$  более способствуют инвестициям в публичное благо, а какие – перераспределению благ в пользу сторонников власти? Для решения этого вопроса в рамках теоретико-игрового подхода постулируется рациональное поведение всех акторов (инкумбента, челленджера и членов селектората). В частности, рациональность для инкумбента заключается в стремлении продлить свое пребывание у власти на следующий срок, а его инструментами для достижения этой цели являются, как указано выше, величина налоговой ставки и политика распределения бюджета. Основным результатом исследования теоретико-игровой модели работы состоит в том, что чем больше размер селектората и выигрывающей коалиции, тем больше у инкумбента стимулов к инвестициям в публичное благо. Таким образом, «хорошие институты» представлены большими значениями  $S$  и  $W$ , ассоциированными с демократическим способом избрания лидера.

В целом при оценке качества политических институтов на основе парадигмы рационального выбора логика исследования в общих чертах выглядит следующим образом. Действуя в рамках определенных институтов, рационально действующий актор выбирает ту или иную линию поведения, стремясь максимизировать свою функцию полезности (например, продолжительность пребывания у власти или экономическую выгоду). При одних институтах это преследование актором собственных, индивидуальных интересов способствует возрастанию общественного блага, при других – убыванию. Это соотношение частных и общественных интересов и дает основание для оценки качества институтов. Другими словами, «хорошие» институты – это те, которые создают стимулы для ведущего к возрастанию общего блага поведению, «плохие» институты – это те, которые создают противоположные стимулы. Важнейшим элементом этой схемы является предположение о рациональности акторов – в частности, предполагается, что они способны правильно «прочитать» стимулы и понимают полезность строго определенным образом, намерены ее максимизировать и обладают достаточными для решения этой задачи вычислительными способностями.

Вопрос о рациональности, более точно – о том, насколько обоснована экспансия парадигмы рационального выбора и такого ее воплощения, как теория игр, из экономики в социальные науки, широко обсуждается на протяжении продолжительного времени [Сапир, 1995; Green, Shapiro, 1996; Kroneberg, Kalter, 2012]. Не имея возможности рассмотреть ее в деталях, отметим лишь один момент. Отказ от предположения, что все индивиды действуют рационально, влечет за собой признание того, что присутствует неопределенность относительно действий акторов. Выдвигаемое нами положение состоит в том, что эту неопределенность необходимо учитывать при оценке качества институтов. В соответствии с этим положением, *самые лучшие институты – это не только те, которые максимально способствуют общему благу при рациональном поведении акторов, но и те, которые способствуют общему благу при наиболее широком диапазоне отклонений поведения акторов от рационального*. Мету, характеризующую этот диапазон, мы называем робастностью. Можно сказать, что робастность характеризует институты в плане того, насколько они способны сохранять эффективность при «плохих» политиках акторов.

В следующем разделе вводится конкретная задача оценки качества институтов на основе их робастности, именно – проблема определения максимально допустимых границ неравенства. Там же присутствует краткое описание того, как эта проблема могла бы решаться на основе теоретико-игрового подхода.

### **3. Максимально допустимые границы неравенства: Оценка качества институтов на основе робастности**

Рассмотрим процесс перераспределения ресурсов в социальной системе. Как и в модели [Ахременко, Петров, 2014], перераспределение понимается как результат политического соперничества различных акторов. Более конкретно, в модели принято предположение о том, что чем выше объем политических инвестиций некоторого актора (по сравнению с инвестициями других акторов), тем большую долю общественного ресурса он получит при перераспределении. Эффективность системы зависит, в частности, от того, как ресурс распределяется между более и менее эффективными



актерами. Различные социальные системы отличаются друг от друга тем, насколько большая разница в получаемых ресурсах возможна в данном обществе в принципе. Если, например, один из акторов обладает при распределении подавляющим политическим преимуществом над конкурентами, то насколько большим будет перевес получаемого им ресурса над другими? В одних системах победитель получает все или почти все, а проигравшему не достается почти ничего. В других, более эгалитарно устроенных обществах, «правила игры» таковы, что даже проигравший при перераспределении актер получает существенную долю общественного ресурса. Отметим здесь, что в политэкономической литературе большей «перераспределительной эгалитратностью» характеризуются демократии по сравнению с автократиями [Acemoglu, Robinson, 2009; Knutsen, 2011].

Ограничения на степень неравенства могут быть явно прописаны в законах (в частности, в налоговом законодательстве) либо неявно содержаться в социальных нормах. Важный вопрос заключается в том, как границы экономического неравенства влияют на эффективность социальной системы. При каких условиях общества с более эгалитарными «правилами игры» оказываются более, а при каких условиях – менее эффективными, чем те, что допускают более высокое неравенство? Подход, предлагаемый в настоящей работе, требует некоторого уточнения и переформулировки данного вопроса.

В соответствии с этим подходом, демонстрируемая системой эффективность зависит от трех факторов: экономической продуктивности акторов, действующих институтов (в данном случае – ограничений на неравенство), создающих рамки для политических стратегий акторов, и самих этих политических стратегий (которые мы иногда будем кратко называть политиками). Институциональные характеристики в данном случае – это правила перераспределения общественного ресурса. Они включают в себя, в частности, ограничения на степень неравенства. Таким образом, при распределении общественного ресурса актер получает тем большую его долю, чем больше его политические инвестиции (по сравнению с другими актерами), с учетом данных ограничений. Сам этот общественный ресурс возникает в результате производственной деятельности акторов на предыдущем временном периоде.

Экономическая продуктивность каждого актора является в модели экзогенно заданной постоянной величиной, равной отношению произведенного этим актором продукта к затраченному ресурсу. Например, если актор производит продукта на 120 руб., затратив на это ресурс в размере 100 руб., то его эффективность равна  $x = 1,2$ . В социальной системе могут присутствовать также акторы, имеющие продуктивность ниже единицы.

На производственную деятельность направляется лишь часть индивидуального ресурса, полученного актором в результате распределения общественного ресурса. Другая часть направляется им на борьбу за перераспределение общественного ресурса; эта часть ресурса «сгорает» в результате борьбы, теряясь безвозвратно. Долю индивидуального ресурса  $i$ -того актора, направляемую им на борьбу за перераспределение, далее будем обозначать  $\pi_i$  и называть его политической стратегией, или просто политикой. Заметим, что даже если все акторы высокопродуктивны, то система может быть неэффективной (т.е. общественный ресурс будет убывать с течением времени), если слишком большая его часть тратится на борьбу за перераспределение.

Чтобы формализовать приведенные рассуждения, определим пространство политик. Принимаемые акторами решения (политики) – это, в рамках данной модели, величины  $\pi_1$  и  $\pi_2$ , т.е. доли индивидуальных ресурсов первого и второго акторов, направляемые ими на институциональные инвестиции. Поэтому пару политик (т.е. решения обоих акторов) можно отобразить точкой  $(\pi_1; \pi_2)$ , принадлежащей квадрату  $0 \leq \pi_1 \leq 1, 0 \leq \pi_2 \leq 1$ . Этот квадрат мы будем называть пространством политик. В рамках модели можно найти политики  $(\pi_1; \pi_2)$ , приводящие (при определенных институтах) систему к росту. В соответствии со сказанным выше, чем больше таких политик, тем более робастными являются институты. В качестве меры робастности выберем площадь в пространстве политик, точки из которой приводят систему к росту.

Еще раз укажем на отличие принятого нами подхода от теоретико-игрового – на этот раз, конкретно в применении к данной модели. Теоретико-игровая модель в данном случае имела бы следующий вид. Каждый из двух акторов (т.е. игроков) решает определенную задачу оптимизации. Это сочетание оптимальных политик двух акторов называется равновесием Нэша. При одних

институтах равновесие Нэша образуют политики  $(\pi_1; \pi_2)$ , ведущие к росту, при других институтах – к спаду. Институты (в данном случае – правила распределения ресурса) полагаются тем более качественными, чем к более высокому росту они приводят в равновесии Нэша.

Возвращаясь к подходу, основанному на робастности, сформулируем вопрос о качестве институтов следующим образом. Правило распределения в данной модели включает в себя задание максимально допустимой при этом степени экономического неравенства (или, что то же самое, – максимально возможной доли ресурса, которая может достаться одному актору). При каких условиях общества с более эгалитарными «правилами игры» оказываются более, а при каких условиях – менее робастными, чем те, что допускают более высокое неравенство?

Дадим краткое описание полученного результата. Для низкопродуктивных и среднепродуктивных систем получено, что чем более сильное неравенство допускается, тем робастнее оказывается система, для высокопродуктивных – наоборот. При этом низкопродуктивные системы ни при каких политиках не могут показывать рост при отсутствии значительного неравенства.

Другими словами, если средняя экономическая продуктивность акторов достаточно низка, то для выживания этой системы недостаточно, чтобы наиболее продуктивный актер получил больше ресурса, чем низкопродуктивный. Надо еще, чтобы он имел возможность получить намного большую часть общественного ресурса. Если же продуктивность системы достаточно высока, то она является более робастной, если допускает лишь небольшое неравенство. Это связано с тем, что если продуктивность акторов достаточно высока, то при малом неравенстве система может оказаться эффективной не только в случае победы высокопродуктивного актора (когда он забирает себе большую долю ресурса), но и в некоторых случаях, когда большую часть ресурса забирает низкопродуктивный актер.

Таким образом, если критерием качества институтов является робастность, т.е. свойство системы позывать экономический рост при как можно более широком диапазоне политик акторов, то при повышении продуктивности система должна уменьшать степень максимально допустимого неравенства.

Следующие разделы настоящей работы посвящены построению модели, а также ее математическому анализу.

#### 4. Динамическая математическая модель

Данная математическая модель в ряде своих черт развивает модели, предложенные в [Ахременко, Петров, 2012, 2014].

При изложении модели ограничимся случаем двух акторов. Такой упрощенной модели достаточно для целей настоящей работы. Обобщение на случай большего количества акторов не составляет труда с точки зрения построения модели, однако значительно усложняет ее анализ математическими средствами.

Итак, рассматривается система из двух акторов, имеющих экономические продуктивности, соответственно,  $x_1, x_2$ . Построение модели проводится для акторов, имеющих произвольные значения продуктивности, однако при ее анализе мы ограничимся наиболее содержательным случаем  $0 < x_1 < 1 < x_2$ , соответствующим ситуации, когда в системе присутствуют как высокопродуктивный, так и низкопродуктивный актор.

Пусть в начальный момент акторы располагают ресурсами, соответственно,  $R_1(0), R_2(0)$ . Каждый из них направляет часть своего ресурса на выпуск продукта, другую часть – на борьбу за перераспределение общественного ресурса, которая будет происходить на следующем временном шаге. Обозначим через  $\pi_i$  долю индивидуального ресурса  $i$ -того актора, направляемую им на инвестиции в перераспределение. Объемы этих ресурсов в таком случае равны величинам:

$$w_1(0) = \pi_1 R_1(0), \quad w_2(0) = \pi_2 R_2(0) \quad (1).$$

Объемы ресурсов, направляемых на производство:

$$r_1(0) = (1 - \pi_1) R_1(0), \quad r_2(0) = (1 - \pi_2) R_2(0).$$

В соответствии с введенным выше понятием продуктивности, акторы производят продукт в количестве:

$$p_1(0) = r_1(0)x_1 = (1 - \pi_1)R_1(0)x_1,$$

$$p_2(0) = r_2(0)x_2 = (1 - \pi_2)R_2(0)x_2.$$

Сумма этих продуктов есть общий (системный) ресурс следующего года:

$$R(1) = p_1(0) + p_2(0) = (1 - \pi_1)R_1(0)x_1 + (1 - \pi_2)R_2(0)x_2.$$

Далее, этот ресурс распределяется между акторами. Рассмотрим этот процесс более подробно.

В работе [Ахременко, Петров, 2014] была предложена модель, в соответствии с которой распределение ресурса происходит пропорционально политическим инвестициям акторов. Если подлежащий распределению на данном временном шаге общественный ресурс равен  $R(1) = 900$  руб., причем первый актер вложил в борьбу за перераспределение 100 руб., а второй актер – 200 руб., тогда общественный ресурс будет поделен в соотношении 1 : 2, т.е. акторы получают, соответственно, 300 и 600 руб. Тот же результат будет, если первый актер инвестировал в политику всего 10 руб., а второй – 20 руб. Однако если первый актер инвестировал 10 руб., а второй – 200 руб., то ресурс будет поделен в соотношении 10 : 200, т.е. примерно 43 руб. против 857 руб. Тем самым, если ресурс распределяется пропорционально объемам политических инвестиций, то это может привести, по крайней мере теоретически, к сколь угодно большому неравенству между акторами.

Здесь мы рассмотрим случай, когда в «правилах игры» присутствует ограничение: неравенство не может превышать некоторого уровня, задаваемого максимально возможным значением индекса Джини  $G_0$ . Пусть, например, как в последнем случае, первый актер инвестировал 10 руб., а второй – 200 руб., но действует следующее правило: как бы ни соотносились между собой политические инвестиции акторов, победитель не может забрать себе более чем две трети общего ресурса (чему соответствует  $G_0 = 1/6$ ). Тогда, несмотря на колоссальное превосходство в политическом влиянии, при распределении второй актер забирает себе лишь 600 руб.

Математически можно показать, что в нашем случае (т.е. в случае системы, состоящей всего из двух акторов) доля победителя составляет  $0,5 + G_0$ . Например, если максимально возможный

Джини равен  $G_0 = 0,2$ , то победитель получает не более 70% распределяемого ресурса.

Два крайних случая ограничения на неравенство – это, с одной стороны, абсолютно эгалитарное правило, при котором ресурс всегда делится поровну ( $G_0 = 0$ ), и, с другой стороны, – отсутствие ограничений на неравенство. Для системы из двух акторов отсутствию ограничений соответствует  $G_0 = 0,5$ . Заметим, что в подавляющем большинстве стран мира фактические значения коэффициента Джини по уровню доходов ниже, чем 0,5. Исключения составляют не более полутора-двух десятков стран Латинской Америки и Африки (причем у большинства из этих стран коэффициент Джини лишь незначительно превышает 0,5).

Вопрос оценки качества институтов в данном разрезе заключается в том, как наличие ограничения на неравенство влияет на эффективность системы. В самом грубом приближении, это ограничение можно считать стабилизирующим: оно исключает наиболее успешные и наиболее катастрофические сценарии. Действительно, если система состоит из высокопродуктивного и низкопродуктивного акторов, то ограничение, например,  $G_0 = 0,25$  приводит к тому, что высокопродуктивный получит не менее четверти ресурса, что исключает самые худшие сценарии. С другой стороны, и самый быстрый рост также становится невозможным, так как «точка роста» получает не более трех четвертей общественного ресурса.

Итак, общественный ресурс делится между акторами пропорционально введенным формулой (1) весам:

$$R_1(1) = \frac{w_1(0)R(1)}{w_1(0) + w_2(0)}, \quad R_2(1) = \frac{w_2(0)R(1)}{w_1(0) + w_2(0)},$$

но в пределах ограничения:

$$\min\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}, \frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \geq \frac{1}{2} - G_0 \quad (2).$$

Тем самым, определены объемы ресурсов  $R_1(1), R_2(1)$  на временном шаге  $t = 1$ .

Для произвольного момента времени имеем:

$$R(t+1) = (1 - \pi_1)R_1(t)x_1 + (1 - \pi_2)R_2(t)x_2 \quad (3).$$

Итак, математическая модель построена. Перейдем к ее анализу в случаях отсутствия и наличия ограничений, а также сравнительно этих ситуаций в плане робастности

Рассмотрим сначала случай, когда ограничения на неравенство отсутствуют. Математический анализ (который мы опускаем) показывает, что тогда доля ресурса, получаемая более политически активным актором, возрастает, приближаясь при  $t \rightarrow \infty$  к 100%. Рассмотрим, будет ли при этом система эффективной.

Если система состоит из низкопродуктивного актора  $x_1$  и высокопродуктивного актора  $x_2$ , т.е.  $0 < x_1 < 1 < x_2$ , то получаем, что необходимое (но недостаточное) условие эффективности системы имеет вид  $\pi_1 < \pi_2$ . Другими словами, такая система может быть эффективной лишь в том случае, когда высокопродуктивный актор инвестирует в политику больше, чем низкоэффективный. Это условие является необходимым, но не достаточным.

Пусть оно выполнено. Тогда при достаточно больших значениях  $t$  имеем из формулы (3):  $R(t+1) = (1 - \pi_2)R(t)x_2$ , т.е. для эффективности должно быть выполнено неравенство  $\pi_2 < 1 - 1/x_2$ . Итак, необходимое и достаточное условие эффективности системы имеет вид:

$$\pi_1 < \pi_2 < 1 - \frac{1}{x_2} \quad (4).$$

Таким образом, при отсутствии ограничений на неравенство система эффективна, если выполнены два условия:

- высокопродуктивный актор вкладывает в борьбу за перераспределение больше ресурса, чем низкоэффективный;
- высокопродуктивный актор вкладывает в борьбу за перераспределение ресурса не настолько много, чтобы истощить производственный ресурс.

Чтобы ввести числовую меру робастности, рассмотрим введенное выше пространство политик  $(\pi_1, \pi_2)$ .

Область  $\pi_1 < \pi_2$  имеет вид большого треугольника выше диагональной линии на рис. 1. Область  $\pi_2 < 1 - 1/x_2$  расположена ниже соответствующей горизонтальной прямой. Таким образом,

область эффективных политик имеет вид малого (выделенного серым) треугольника.

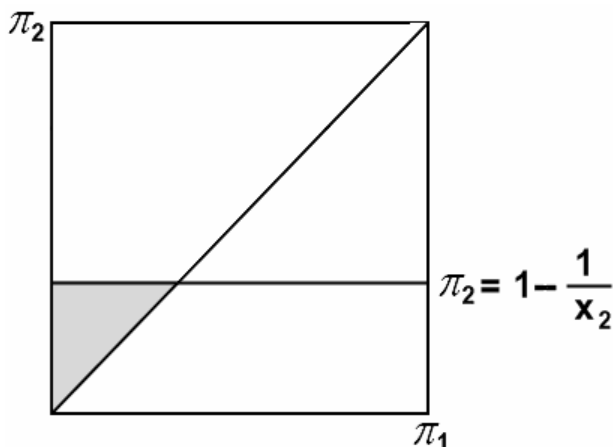


Рис. 1.

### Область эффективных политик при отсутствии ограничений на неравенство

Площадь этого треугольника примем в качестве числовой меры робастности, и числовое значение также будем называть робастностью.

Пусть, например,  $x_2 = 2$ . Это означает, что производство второго актора настолько эффективно, что на каждые 100 руб. производственных инвестиций он получает 200 руб. продукта. Тогда из неравенства (4) следует, что для эффективности системы необходимо, чтобы он тратил на политическую борьбу менее половины своего ресурса, т.е.  $\pi_2 < 1/2$  (рис. 2, слева).

Если же  $x_2 = 1,25$ , то из неравенства (4) следует, что система эффективна, если высокопродуктивный актор тратит на политику менее 20% своего ресурса, т.е.  $\pi_2 < 1/5$  (рис. 2, справа). Конечно, при этом он должен тратить больше, чем низкопродуктивный актор, т.е.  $\pi_2 > \pi_1$ .

Нетрудно вычислить, что в первом из рассмотренных случаев робастность равна  $1/8 = 0,125$ , а во втором –  $1/50 = 0,02$ .



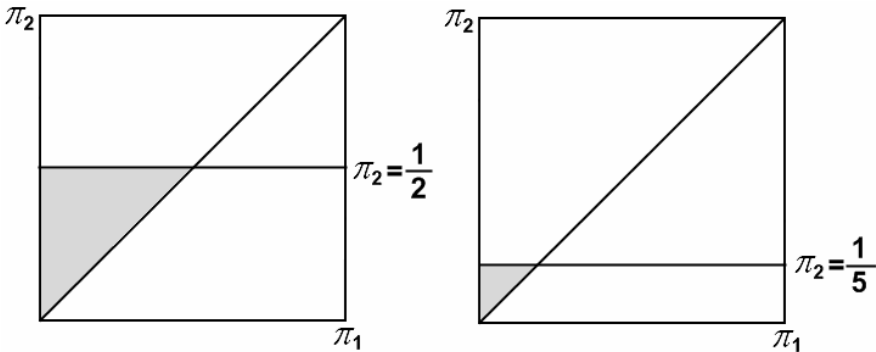


Рис. 2.

**Область эффективных политик при отсутствии ограничений на неравенство при  $x_2 = 2$  и  $x_2 = 1,25$**

Перейдем к рассмотрению случая, когда в системе присутствует ограничение на неравенство. Не вдаваясь в математические подробности, укажем два важных отличия данного случая от рассмотренного в предыдущем подразделе. Во-первых, ограничения на неравенство позволяют системе быть эффективной даже в некоторых случаях, когда низкопродуктивный актер больше инвестирует в перераспределение и получает большую долю общественного ресурса. Это происходит, если производство высокопродуктивного актора оказывается способным компенсировать потери низкопродуктивного. Пусть, например,  $G_0 = 0,1$ , т.е. общественный ресурс не может быть поделен более неравномерно, чем 60 на 40%. И пусть  $x_1 = 0,5$ ,  $x_2 = 2$  (т.е. первый актер производит в два раза меньше продукта, чем он затратил на производство, а второй актер – в два раза больше). Если в начальный момент времени общественный ресурс составлял 100 руб., и низкопродуктивный актер победил в политической борьбе, то он получает из них 60 руб., которые при производстве «усыхают» до 30 руб. В то же время второй актер получает 40 руб. и приумножает их, произведя продукта на 80 руб. Тем самым в системе произведено  $30 + 80 = 110$  руб., и эта система является эффективной, если суммарные расходы актеров на борьбу между собой не превысят 10 руб. С введением ограничений на неравенство система приобретает некоторую робаст-

ность в случаях, когда высокоэффективный актер проигрывает борьбу за перераспределение общественного ресурса.

Во-вторых, увеличивается количество случаев, когда система оказывается неэффективной, при том что высокопродуктивный актер получает большую долю ресурса. Это происходит, если низкопродуктивный актер потеряет при производстве настолько много, что высокопродуктивный не сможет восполнить убыток (напомним: если ограничений на неравенство нет, то низкопродуктивный актер, проигравший борьбу за перераспределение, не может нанести ущерб системе, так как не получает ресурса вообще).

Таким образом, вводя ограничения на неравенство, мы увеличиваем робастность в одном месте, но уменьшаем в другом (рис. 3). Вопрос заключается в том, в какую сторону (большую или меньшую) изменяется робастность системы в целом. Для того чтобы прояснить данный вопрос, рассмотрим отдельно высокопродуктивные и низкопродуктивные системы.

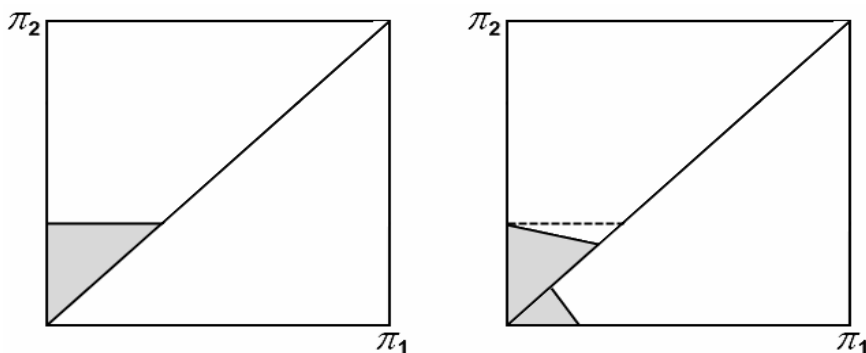


Рис. 3.

**При введении ограничений на неравенство (правый рисунок) робастность уменьшается выше диагональной линии, но может появиться также ниже этой линии**

Выше мы пользовались такими понятиями, как *низкопродуктивный* ( $x < 1$ ) и *высокопродуктивный* ( $x > 1$ ) актер. Распространим эти понятия на системы (с некоторым усложнением).

Далее будем называть систему низкопродуктивной, если  $(x_1 + x_2)/2 < 1$ .

Рассмотрим низкопродуктивную систему. Предположим, что в ней действует абсолютно эгалитарное правило: общественный ресурс делится между акторами поровну (независимо от инвестиций в борьбу за перераспределение). Очевидно, такая система не может быть эффективной, так как низкопродуктивный актор потеряет при производстве больше, чем приумножит второй.

Вычислительные эксперименты с построенной математической моделью показывают, что даже если распределение не является абсолютно эгалитарным, но все же достаточно жестко ограничивает неравенство, то низкопродуктивная система также не может быть эффективной. Например, для эксперимента, представленного на рис. 4, эффективных политик не существует при  $G_0 \leq 0,15$  (т.е. если общественный ресурс не может быть разделен более неравномерно, чем 65 на 35%). Таким образом, низкопродуктивная система является наиболее робастной при отсутствии ограничений на неравенство.

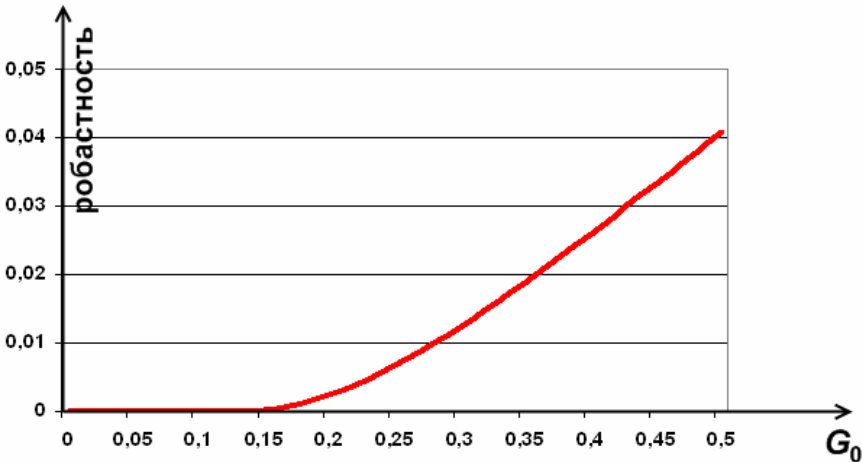


Рис. 4.

**Зависимость робастности от уровня максимально допустимого неравенства для низкопродуктивной системы (вычислительный эксперимент проведен для  $x_1 = 0,3, x_2 = 1,4$ )**

Перейдем к рассмотрению систем, для которых  $(x_1 + x_2)/2 > 1$ . В этом случае при любом значении  $G_0$  в пространстве политик существует область эффективности – см. рис. 5, 6.

Другими словами, система обладает робастностью даже при  $G_0 = 0$ .

Вычислительные эксперименты с моделью показывают, что общие закономерности в данном случае имеют следующий вид:

– минимальная робастность имеет место при некотором среднем ограничении между 0 и 0,5, а максимальная робастность – либо при абсолютно эгалитарном ограничении  $G_0 = 0$ , либо при отсутствии ограничений на неравенство ( $G_0 = 0,5$ );

– если системная продуктивность  $(x_1 + x_2)/2$  не слишком высока, хотя и превышает единицу, то наиболее робастной является система с отсутствием ограничений ( $G_0 = 0,5$ , см. рис. 5). Для систем с более высокой продуктивностью робастность максимальна при абсолютно эгалитарном ограничении  $G_0 = 0$  (рис. 6). В первом случае будем говорить о среднепродуктивных системах, во втором – о высокопродуктивных.

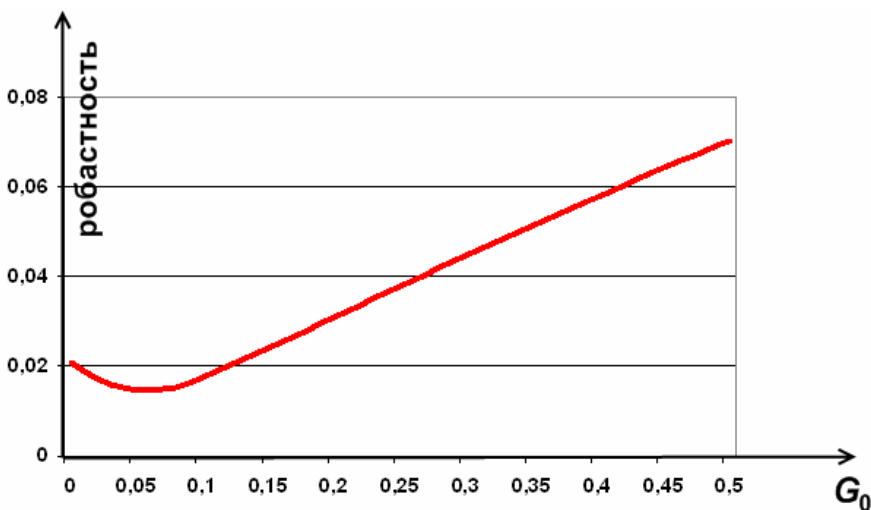


Рис. 5.

**Зависимость робастности от уровня максимально допустимого неравенства для среднепродуктивной системы (вычислительный эксперимент проведен для  $x_1 = 0,6, x_2 = 1,6$ )**

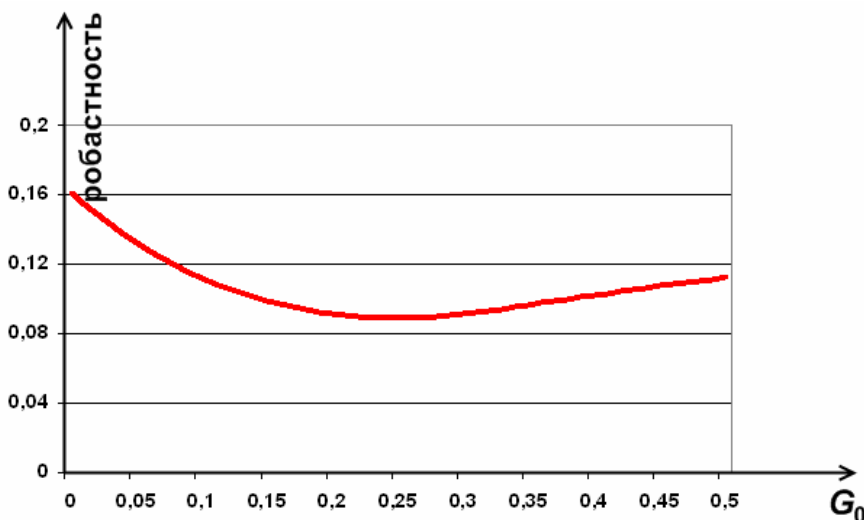


Рис. 6.

**Зависимость робастности от уровня максимально допустимого неравенства для высокопродуктивной системы (вычислительный эксперимент проведен для  $x_1 = 0,8$ ,  $x_2 = 1,9$ )**

В заключении отметим, что предлагаемый в данной работе подход не является «жестко конкурентным» по отношению к существующим методологиям. Скорее, речь идет о дополнении и расширении имеющихся инструментов формально-теоретического анализа. Нашей основной задачей было продемонстрировать, что формальная политическая теория может оперировать подходами, принципиально отличающимися от теоретико-игровых как по базовой методологии, так и по используемой математике. Если результаты показались читателю заслуживающими внимания, жизнь за пределами теории игр все-таки существует.

### Список литературы

*Ахременко А.С., Петров А.П.* Политические институты, эффективность и – Полис: Политические исследования. – М., 2012. – № 6. – С. 81–100.

- Ахременко А.С., Петров А.П.* Институциональное инвестирование и эффективность общественной системы: опыт математического моделирования // Метод: Московский ежегодник трудов из обществоведческих дисциплин. – М., 2014. – Вып. 4. – С. 62–82.
- Сапир Ж.* Новые подходы теории индивидуальных предпочтений и ее следствия // Экономический журнал ВШЭ. – М., 2005. – № 3. – С. 325–360.
- Acemoglu D., Robinson J.* Economic origins of dictatorship and democracy. – Cambridge, UK: Cambridge univ. press, 2009. – 434 p.
- Acemoglu D., Ticchi D., Vindigni A.* Emergence and persistence of inefficient states. // Journal of the European economic association. – 2011. – Vol. 9, N 2. – P. 177–208.
- Arrow K.* Methodological individualism and social knowledge. // American economic review. – 1994. – Vol. 84, N 2. – P. 1–9.
- Austen-Smith D.* Economic methods in positive political theory // The Oxford handbook of political economy. – Oxford: Oxford univ. press, 2008. – June. – Mode of access: <http://www.oxfordhandbooks.com/view/10.1093/oxfordhb/9780199548477.001.0001/oxfordhb-9780199548477-e-050> (Дата посещения: 04.02.2015.)
- Battaglini M., Nunnari S., Palfrey T.* Legislative bargaining and the dynamics of public investment // American political science review. – 2012. – Vol. 106. – N 2. – P. 407–429.
- The logic of political survival / Bueno de Mesquita B., Smith A., Siverson R., Morrow J.* – Massachusetts: MIT Press, 2003. – 550 p.
- Downs A.* An economic theory of democracy. – New York: Harper and Row, 1957. – 310 p.
- Easley D., Kleinberg J.* Networks, crowds, and markets: reasoning about a highly connected world. – Cambridge, UK: Cambridge univ. press, 2010. – 744 p.
- Epstein J.* Generative social science: Studies in agent-based computational modeling. – Princeton, NJ: Princeton univ. press, 2007. – 384 p.
- Gibbons R.* Game theory for applied economists. – Princeton, NJ: Princeton univ. press, 2002. – 288 p.
- Green D., Shapiro I.* Pathologies of rational choice theory. A critique of applications in political science. – Yale, MI: Yale univ. press, 1996. – 254 p.
- King J.* Microfoundations? // Working paper of La Trobe university. – Melbourne, 2008. – Mode of access: [http://www.boeckler.de/pdf/v\\_2008\\_10\\_31\\_king.pdf](http://www.boeckler.de/pdf/v_2008_10_31_king.pdf) (Дата посещения: 04.02.2015.)
- Knutsen C.* Democracy, dictatorship and protection of property rights // Journal of development studies. – 2011. – Is. 47 (1). – P. 164–182.
- Kroneberg C., Kalter F.* Rational choice theory and empirical research: methodological and theoretical contributions in Europe // Annual review of sociology. – Palo Alto, CA, 2012. – Vol. 38. – P. 73–92
- Leyton-Brown K., Shoham Y.* Essentials of game theory. – Morgan and Claypool Publishers, 2008. – 88 p.
- Marchi B., Page S.* Agent-based models // Annual review of political science. – 2014. – Vol. 17. – P. 1–20.
- North D.* Institutions, institutional change and economic performance. – Cambridge, UK: Cambridge univ. press, 1990. – 159 p.

- Schmitter Ph.* Micro-foundations for the science(s) of politics: The 2009 Johan Skytte prize lecture // *Scandinavian political studies*. – 2010. – Vol. 33, N 3. – P. 316–330.
- Stigler G., Becker G.* De gustibus non est disputandum // *American economic review*. – 1977. – Vol. 67 (2). – P. 76–90.
- Weingast B., Wittman D.* Overview of political economy: The reach of political economy // *The Oxford handbook of political science*. – Oxford: Oxford univ. press, 2011. – P. 1–19.